

Kołowy wykres Smitha

mgr inż. G.P. Kaniut SP9RG

Dopasowanie anteny do linii przesyłowej oraz do nadajnika przysparza nieraz krótkofalowcom sporo kłopotów. Anteny są wykonane najczęściej według recepty specjalistów, ale sprawdzenie ich dopasowania pozostaje sprawą otwartą. Za pomocą szablonu wykresu Smitha i kilku prostych narzędzi pomocniczych można, metodą graficzną, dokonać optymalizacji dopasowania linii przesyłowej do anteny, jak również wzajemnego dopasowania innych podzespołów elektronicznych w szerokim zakresie częstotliwości.

W celu obliczenia parametrów zjawisk występujących na liniach przesyłowych wielkiej częstotliwości, takich, jak: współczynnik fali stojącej, impedancje, napięcia i prądy tam występujące, trzeba się posłużyć metodami matematycznymi. Dlatego wielu amatorów radzi sobie z zagadnieniami dopasowania w taki sposób, że skracając np. kawałek po kawałku kabel współosiowy metodą kolejnych prób dochodzi drogą empiryczną do wyznaczonego celu (ang. „cut and try”). Jest to metoda zbyt pracochłonna i nadaje się tylko do prostych zagadnień. Można także stosować metodę „książki kucharskiej”, wykonując zadanie wg podanej przez autora recepty, ale i wtedy mogą wystąpić trudności, gdyż autor podaje zwykle receptę uogólnioną, która nie uwzględnia wpływu warunków ubocznych na wynik końcowy.

Metodą optymalną, jaką powinien się posłużyć amator-krótkofalowiec, jest metoda graficzna wymagająca jedynie podstawowej znajomości matematyki, a uwidoczniająca zarazem wzajemne powiązania wielkości występujących w rozpatrywanym zagadnieniu.

W technice antenowej, a także w innych zagadnieniach, szerokie zastosowanie znalazł kołowy wykres Smitha. Wykres ten został opracowany i opublikowany w 1939 r. przez P.H. Smitha w USA. Wykres Smitha przedstawiono na III stronie okładki niniejszego numeru. Chcąc się nim posłużyć, należy krótko przypomnieć podstawy rachunku na liczbach zespolonych i sposób przedstawienia wielkości przemienoprądowych.

Matematyczna postać sinusoidalnego przebiegu harmonicznego przedstawia się następująco:

$$u(t) = \hat{U} \sin(\omega t + \varphi) \quad (1)$$

przy czym:

$u(t)$ — wartość chwilowa,

$\hat{U}$ — amplituda, czyli wartość szczytowa,

ω — prędkość kątowna,

φ — faza początkowa,

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} \quad (2)$$

Jeżeli prądy i napięcia w układzie przebiegają ściśle sinusoidalnie można za pomocą rachunku zespolonego dokonać dość prostego obliczenia, w którym prądy i napięcia są przedstawione jako liczby zespolone.

Równanie $x^2 + 1 = 0$ nie jest do rozwiązania w zakresie liczb rzeczywistych. Liczba zespolona, będąca bardziej ogólną postacią liczby, składa się z sumy lub różnicy liczby rzeczywistej a oraz liczby urojonej j . Sposób liczenia nie odbiega od sposobu konwencjonalnego, musimy jednak pamiętać, że:

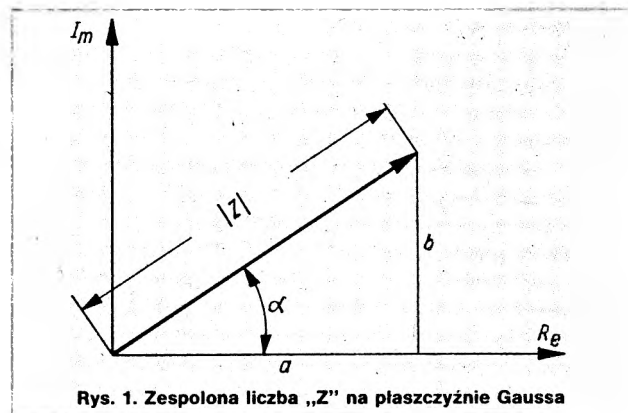
$$+j = \sqrt{-1} \text{ i oznacza obrót o } 90^\circ$$

$$(+j) \cdot (+j) = -1 \text{ i oznacza obrót o } 180^\circ$$

$$(-1) \cdot (+j) = -j \text{ i oznacza obrót o } 270^\circ$$

$$(-j) \cdot (+j) = 1 \text{ i oznacza obrót o } 360^\circ \text{ lub } 0^\circ$$

Do graficznego przedstawienia wielkości zespolonych musimy się posłużyć płaszczyzną Gaussa, gdzie na osi poziomej Re odcinamy dodatnie i ujemne wartości liczb rzeczywistych, natomiast na osi pionowej Im — dodatnie i ujemne wartości liczb urojonych (rys. 1).



Rys. 1. Zespolona liczba „Z” na płaszczyźnie Gaussa

Z twierdzenia Pitagorasa można obliczyć, że wartość bezwzględna

$$|Z| = \sqrt{a^2 + b^2} \quad (3)$$

zaś

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{b}{a} \text{ lub } \alpha = \arctg \frac{b}{a} \quad (4)$$

Dla przypomnienia przytacza się kilka przykładów liczb zespolonych (rys. 2).

$$\hat{Z}_1 = 1 + j3; |Z_1| = \sqrt{1^2 + 3^2} = 3,16, \quad \alpha_1 = 71,6^\circ$$

$$\hat{Z}_2 = -3 - j4; |Z_2| = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5, \quad \alpha_2 = 233,1^\circ$$

$$\hat{Z}_3 = 5 - j2; |Z_3| = \sqrt{5^2 + 2^2} = 5,39, \quad \alpha_3 = 338,2^\circ$$

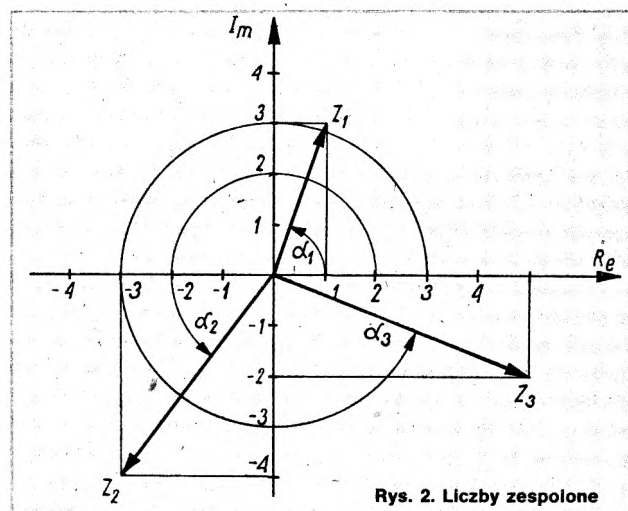
$\hat{Z} = a + jb$ można przedstawić także w postaci trygonometrycznej:

$$\hat{Z} = |Z| \cdot (\cos \alpha + j \sin \alpha) \quad (5)$$

lub w postaci wykładniczej:

$$\hat{Z} = |Z| \cdot e^{j\alpha} \quad (6)$$

Cd. na str. 18



Rys. 2. Liczby zespolone

ponieważ

$$e^{j\alpha} = \cos\alpha + j \sin\alpha \quad (7)$$

czyli

$$a = |Z| \cdot \cos\alpha, \quad b = |Z| \cdot \sin\alpha \quad (8)$$

Dwie liczby zespolone są sobie równe, jeżeli:

1) części rzeczywiste i części urojone są sobie równe, lub

2) wartości bezwzględne i kąty fazowe są sobie równe.

Dodawanie (odejmowanie) liczb zespolonych odbywa się w taki sposób, że oddzielnie dodajemy (odejmujemy) części rzeczywiste i urojone:

$$\hat{Z}_1 = 3 + j5, \quad \hat{Z}_2 = 2 - j3; \quad \hat{Z}_3 = \hat{Z}_1 + \hat{Z}_2 = 5 + j2.$$

Mnożenie (dzielenie) liczb zespolonych odbywa się w taki sposób, że mnożymy (dzielimy) wartości bezwzględne i dodajemy (odejmujemy) kąty fazowe. Tu pomocne jest przekształcenie liczb na postać wykładniczą:

$$\hat{Z}_1 = 3 + j5 = \sqrt{3^2 + 5^2} \cdot e^{j \arctg \frac{5}{3}} = 5,83 \cdot e^{j 59}$$

$$\hat{Z}_2 = 2 + j7 = \sqrt{2^2 + 7^2} \cdot e^{j \arctg \frac{7}{2}} = 7,28 \cdot e^{j 74}$$

$$\hat{Z}_3 = \hat{Z}_1 \cdot \hat{Z}_2 = 5,83 \cdot 7,28 \cdot e^{j(59 + 74)}$$

$$\hat{Z}_3 = 42,44 \cdot e^{j 133} = -29 + j31$$

Potęgowanie (pierwiastkowanie) liczb zespolonych odbywa się w taki sposób, że potęgujemy (pierwiastkujemy) wartość bezwzględną wykładnikiem potęgowym (pierwiastkowym) n, zaś kąt fazowy mnożymy (dzielimy) przez wykładnik n:

$$(\hat{Z})^n = |Z|^n \cdot e^{jn\varphi} \quad (9)$$

Sinusoidalna wielkość przemienne w postaci zespolonej ma postać:

$$\hat{u} = \hat{U} \cdot e^{j(\omega t + \varphi)}, \text{ czyli } \hat{u} = \hat{U} \cdot e^{j\varphi} \cdot e^{j\omega t} \quad (10)$$

Składnik $\hat{U} \cdot e^{j\varphi}$ oznacza wielkość zespolonej amplitudy o długości wektora $\hat{U}$, który z osią rzeczywistą tworzy kąt φ ; drugi składnik $e^{j\omega t}$ ma długość wektora „1” i powoduje obroty pierwszego wektora w kierunku matematycznie dodatnim, czyli odwrotnie do ruchu wskazówek zegara z prędkością kątową ω .

Mamy więc wektor $\hat{U}$, który z prędkością kątową ω krąży wokół „0” (początku układu współrzędnych) i w czasie $t = 0$ wykazuje fazę początkową φ .

Rzutuując wektor $\hat{U}$ na oś urojoną układu współrzędnych, jak to wynika z (10), otrzymujemy, że $f = \frac{1}{T}$. Dla uproszczenia

rachunku można w tym wypadku pominąć wielkość $e^{j\omega t}$, pozorując nieruchome położenie wektora $\hat{U}$.

Zespolony rezystor, zwany także impedancją, można zdefiniować następująco:

$$\hat{Z} = \frac{\hat{U}}{\hat{I}} = \frac{\hat{U} \cdot e^{j\varphi_u} \cdot e^{j\omega t}}{\hat{I} \cdot e^{j\varphi_i} \cdot e^{j\omega t}}$$

po podzieleniu licznika i mianownika przez $e^{j\omega t}$, zespolony rezystor staje się nieruchomym wektorem:

$$\hat{Z} = \frac{\hat{U}}{\hat{I}} \cdot e^{j(\varphi_u - \varphi_i)} = |Z| \cdot e^{j\varphi} = R + jX$$

$$|Z| = \sqrt{R^2 + X^2}; \quad \varphi = \arctg \frac{X}{R}$$

Jak wiadomo, w indukcyjności napięcie wyprzedza prąd o 90° , w pojemności prąd wyprzedza napięcie o 90° ,

R — składowa rzeczywista, rezystancja,

X — składowa urojona, reaktancja.

W obliczeniach obwodów prądu przemiennego można stosować wszystkie równania podstawowe dla obwodów stałoprądowych w zapisie zespolonym, gdzie w miejsce rezystorów wstawiamy rezystory zespolone (impedancje).

Przykład (rys. 3):

$$\hat{Z} = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C} = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) =$$

$$= \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \cdot e^{j \arctg \left(\frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}\right)}$$

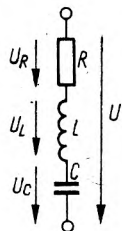
$$\text{Wartość bezwzględna } |Z| = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

$$\text{Dla częstotliwości rezonansowej } \omega_{(rez)} = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \hat{Z} \text{ staje się}$$

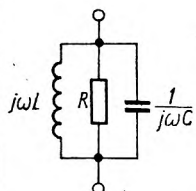
najmniejsze i równa się R.

Kąt fazowy poniżej $\omega_{(rez)}$ jest ujemny (charakter pojemnościowy, zaś powyżej $\omega_{(rez)}$ — dodatni (charakter indukcyjny).

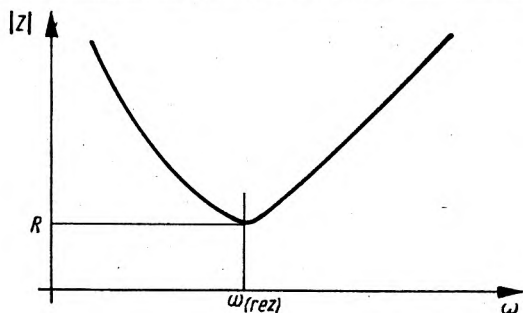
Na rys. 4 przedstawiono oddzielnie $|Z|$ (impedancję) oraz kąt fazowy φ obwodu RLC. Wielkości te można przedstawić na wspólnym wykresie. Będzie to miejsce geometryczne grota wektora na płaszczyźnie Gaussa, przy zmianie parametru, np. częstotliwości (rys. 5).



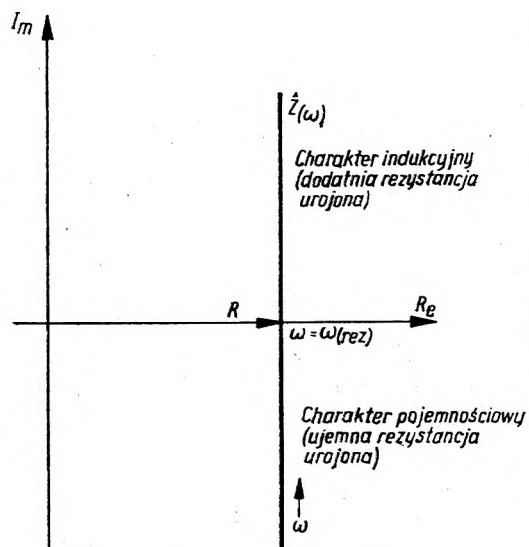
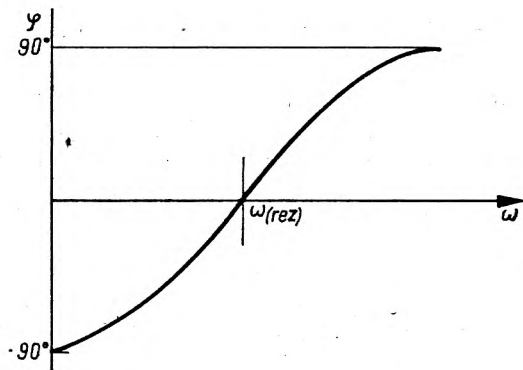
Rys. 3. Szeregowy obwód rezonansowy



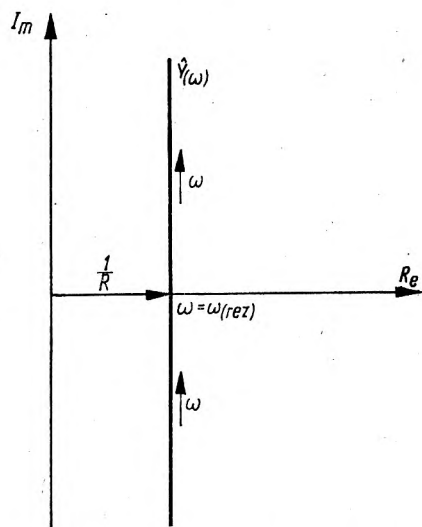
Rys. 6. Równoległy obwód rezonansowy



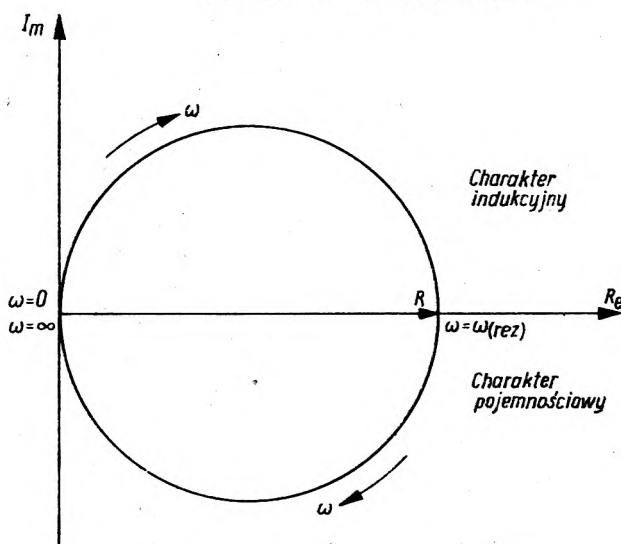
Rys. 4. Wartość bezwzględna $|Z|$ i faza szeregowego obwodu rezonansowego



Rys. 5. Impedancja szeregowego obwodu rezonansowego w funkcji częstotliwości



Rys. 7. Admitancja równoległego obwodu rezonansowego w funkcji częstotliwości



Rys. 8. Impedancja równoległego obwodu rezonansowego

Rozpatrując przykład równoległego obwodu rezonansowego (rys. 6) należy ustalić zespoloną przewodność układu, czyli jego admitancję (rys. 7):

$$\hat{Y} = \frac{1}{R} + j\omega C + \frac{1}{j\omega L}$$

Miejsce geometryczne zespolonej rezystancji obwodu równoległego (rys. 8) uzyskujemy drogą inwersji, czyli odwzorowania, wg zasady:

$$\hat{Z} = \frac{1}{\hat{Y}}$$

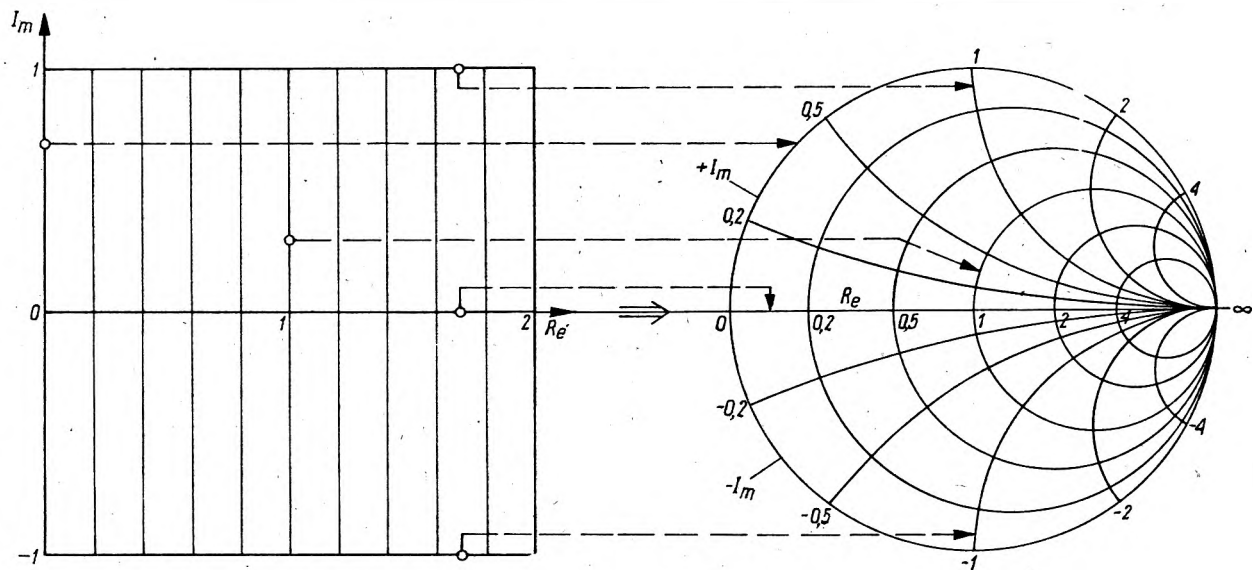
Prawa inwersji głoszą:

- 1) prosta przechodząca przez „0” punktu układu współrzędnych, po inwersji jest znowu prostą przechodzącą przez „0” punktu układu współrzędnych;
- 2) prosta nie przechodząca przez „0” punktu układu współrzędnych, po inwersji jest okręgiem przechodzącym przez „0” punktu układu współrzędnych.

Przykład równoległego obwodu rezonansowego z rys. 6 podlega drugiemu prawu inwersji, gdyż prosta od $\omega = 0$ do $\omega = \omega(\text{rez})$ biegnie po górnym obwodzie okręgu, zaś od $\omega = \omega(\text{rez})$ do $\omega = \infty$ po dolnym obwodzie okręgu.

Kołowy wykres Smitha jest narzędziem pracy zarówno elektronika-profesjonalisty jak i amatora. W pracach naukowo-badawczych stosuje się analizatory układów sieciowych, opierające się na kołowym wykresie Smitha, gdzie na okrągłym ekranie można zobaczyć wykres impedancji badanego urządzenia w szerokim zakresie częstotliwości. Do celów amatorskich wystarczą: szablon wykresu Smitha, cyrkiel, ołówek i linijka. Dane wyjściowe, np. impedancję wejściową anteny, jej składową rzeczywistą i urojoną można uzyskać pomiarowo za pomocą względnie prostych mostków w.c.z., wykonanych amatorsko.

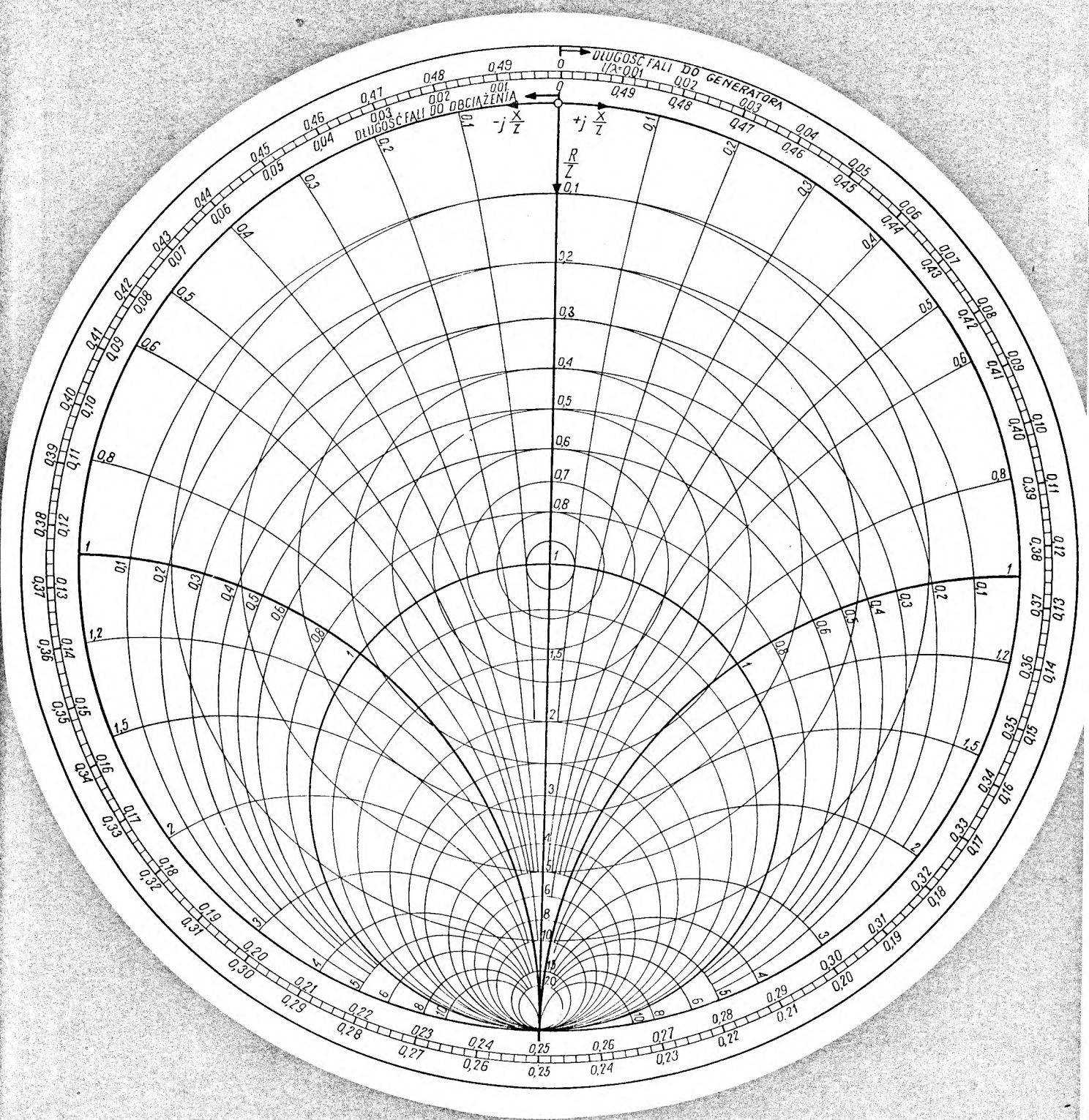
Aby w pełni wykorzystać możliwości, jakie daje wykres kołowy Smitha, wymagana jest dobra znajomość sposobu posługi-



Rys. 9. Transformacja półpłaszczyzny Gaussa na wykres kołowy Smitha

wania się nim, a także pewne doświadczenie. Nie można nawet na setkach stron instrukcji użytkownika spisać wszystkiego, co da się obliczyć, posługując się tym wykresem. Trzeba nabierać wprawy, najpierw na prostych przykładach, z czasem rozwiązując zadania trudniejsze, szczególnie z dziedziny dopasowania anten, ale i z innych dziedzin. Gaussowski układ współrzędnych wymaga powierzchni o nieograniczonych wymiarach, na której krzyżują się pionowa oś wielkości urojonych z poziomą osią wielkości rzeczywistych. Wskutek liniowego podziału osi na wykresie można zmieścić jedynie ograniczony zakres wielkości liczbowych. Wielką zaletą układu jest to, że oprócz możliwości naniesienia na nim wielkości rzeczywistych i urojonych, można także odczytać wartości bezwzględne impedancji, jak i kąt fazowy impedancji w stosunku do osi wielkości rzeczywistych. Aby zakres liczbowy układu współrzędnych rozszerzyć do ∞ , wprowadzono odwzorowaną (inwertowaną) postać wykresu.

Wykorzystuje się jedynie prawą połowę wykresu, tj. poczynając od osi wielkości urojonych, na prawo wzdłuż osi dodatnich wielkości rzeczywistych. Osie wielkości urojonych związa się w półokręgi, przy czym oś $+jX$ tworzy górną połowę koła, a także pole $+jX$, zaś oś $-jX$ dolną połowę koła, czyli pole $-jX$. Dodatnia oś rzeczywista tworzy poziomą średnicę tego koła, a jej liniową podziałkę zostaje zastąpiona podziałką nieliniową. Siatka podziału układu współrzędnych w obu wypadkach pozostaje niezmienną, tzn., że osie „Im” i „Re” urojona i rzeczywista w punktach skrzyżowań są do siebie **prostopadłe**. Nieliniowa skala podziału obejmuje zakres liczb od 0 do ∞ . Brak jest możliwości przedstawienia ujemnych rezystancji rzeczywistych oraz ich odwrotności. Na kołowym wykresie Smitha zilustrować można wszystkie impedancje i admitancje, od najmniejszych do największych. Transformację półpłaszczyzny Gaussa na wykres kołowy Smitha przedstawiono na rys. 9. (Cd artykułu w nr 5/89)



Kołowy wykres Smitha

Podobnie jak w Gaussowskim układzie współrzędnych, również w układzie Smitha każdy punkt płaszczyzny oznacza zespolony rezystor, wg jego wartości rzeczywistej i urojonej. Wartości rzeczywiste nanosimy na osi poziomej (średnicy układu), dodatnie wartości urojone na górnej połowie obwodu układu, ujemne wartości urojone na dolnej połowie obwodu kołowego układu Smitha. Impedancje znajdujemy na przecięciu krzywych rzeczywistych i urojonych. W górnej połowie układu mieszczą się impedancje lub admitancje o dodatniej, a w dolnej połowie o ujemnej składowej urojonej.

Na wykresie można nanieść wartości rzeczywiste i urojone w granicach od 0 do ∞ . Odczytanie z wykresu dużych wartości staje się niedokładne. Dlatego przyjęto się wielkości wejściowe „normować” w stosunku do pewnych wielkości odniesienia, przeważnie tak, aby wielkość odniesienia „Ro” mieściła się w punkcie środka układu, tzn. w punkcie „1”. W części środkowej układu Smitha odczytywanie danych wynikowych jest najdokładniejsze. Jeżeli w obliczeniach występuje kilka zróżnicowanych wielkości rzeczywistych i urojonych, należy wszystkie normować w stosunku do tej samej wielkości odniesienia.

Na wykresie z rys. 10 naniesiono kilka impedancji i admitancji:

$$\begin{array}{lll} Z_1 = (140 + j240) \Omega, & R_o = 200 \Omega, & Z'_1 = 0,7 + j1,2; \\ Z_2 = (200 - j800) \Omega, & R_o = 500 \Omega, & Z'_2 = 0,4 - j1,6; \\ Y_1 = (110 + j140) \text{ mS}, & Y_o = 200 \text{ mS}, & Y'_1 = 0,55 + j0,7; \\ Y_2 = (2 - j3) \mu\text{S}, & Y_o = 2 \mu\text{S}, & Y'_2 = 1,0 - j1,5; \end{array}$$

Obliczając układy zespolone zachodzi nieraz konieczność zamiany układu szeregowego na odpowiedni układ równoległy lub odwrotnie. Matematycznie występuje tu następująca zależność podana na rys. 11.

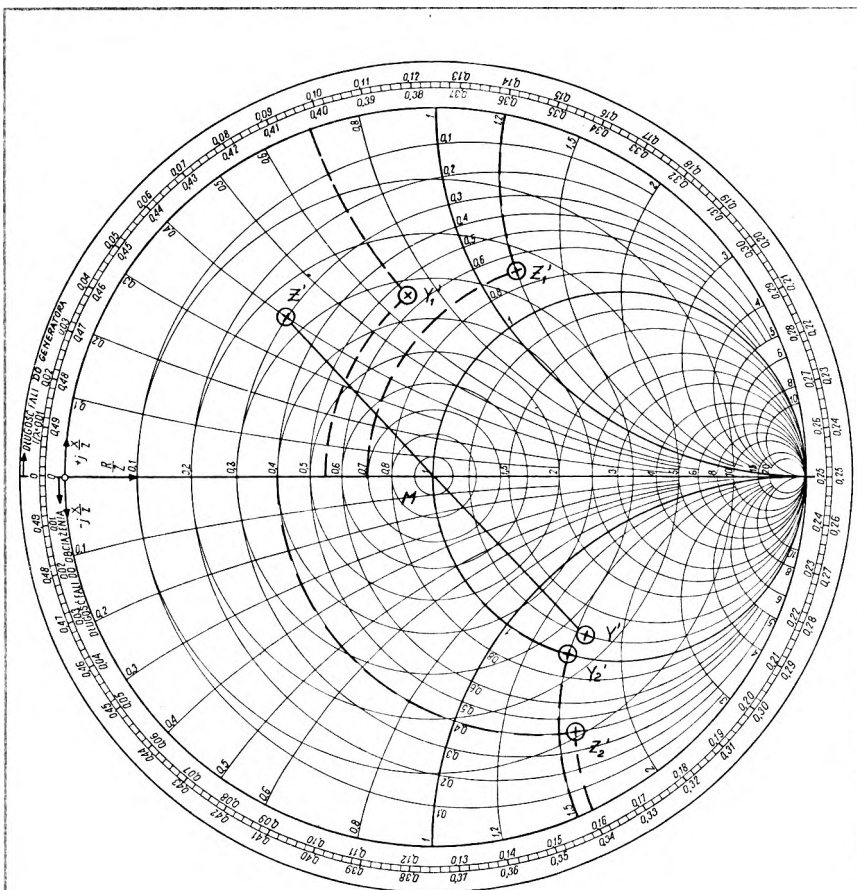
Na wykresie kołowym Smitha zamianę taką wprowadzamy graficznie. W tym celu należy poprowadzić prostą z punktu Z przez środek układu M, przedłużając prostą w kierunku punktu lustrzanie położonego do punktu Z. Odcinając cyrklem odległość Z–M w przeciwnym kierunku, uzyskujemy punkt Y, będący admitancją, odpowiadającą impedancji Z.

Należy pamiętać, że potrzebną do odnormowania przewodność G_o musimy uzyskać ze stosunku:

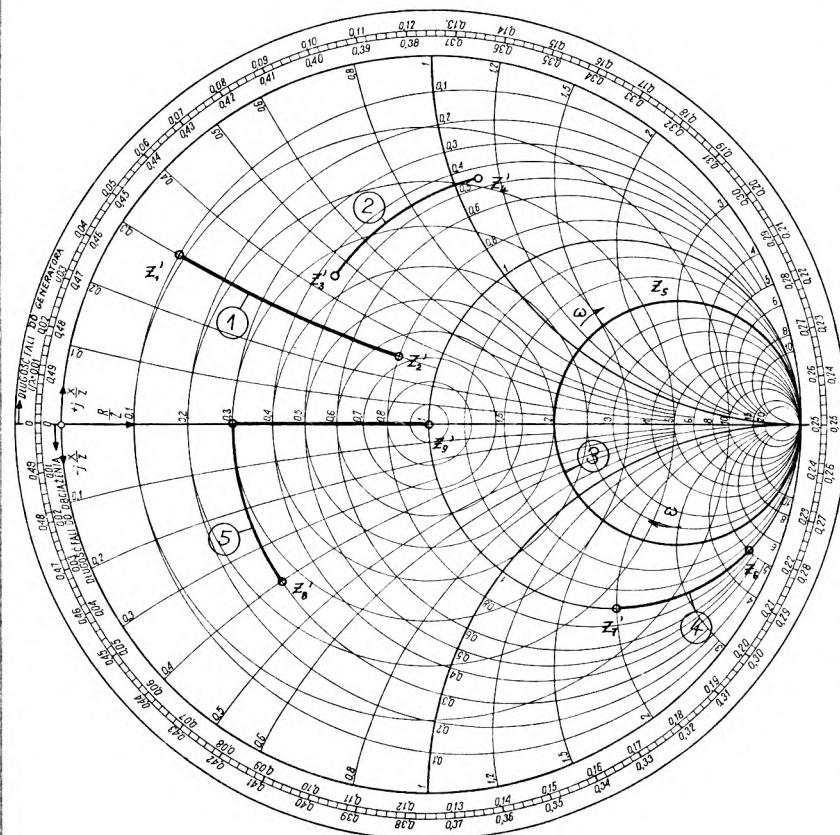
$$G_o = \frac{1}{R_o}$$

Przykład 1. Impedancję szeregową $Z = 30 + j40$ należy zamienić na równoważny układ równoległy. R_o oberamy 100 Ω , czyli $Z' = 0,3 + j0,4$. Uwzględniając wcześniejsze wywody, odnośnie zamiany impedancji na admitancję, odczytujemy na wykresie kołowym $Y' = 1,2 - j1,6$, przy założeniu, że normowana przewodność $G_o = \frac{1}{R_o} = \frac{1}{100 \Omega} = 10 \text{ mS}$. $Y = G_o \cdot Y' = (12 - j16) \text{ mS}$ (rys. 10).

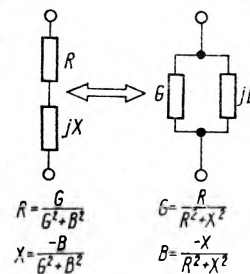
Łączenie szeregowie Z i R. Tę czynność przeprowadza się w taki sposób, że punkt Z na wykresie kołowym przesuwamy się po linii stałej wielkości urojonej w kierunku okręgu większych wartości rzeczywistych. W wypadku dołączenia do Z wielkości urojonych posuwamy się po okręgu stałej wielkości rzeczywistej, w kierunku zgodnym z ruchem wskazówek zegara, gdy dołączamy indukcyjność, czyli dodatnią wielkość urojoną, natomiast w kierunku przeciwnym z ruchem wskazówek zegara, gdy dołączamy pojemność, tj. ujemną wielkość urojoną. W podobny sposób można wyjaśnić wpływ częstotliwości na położenie punktu Z.



Rys. 10. Sposób nanoszenia impedancji i admitancji oraz inwersja na wykresie kołowym Smitha



Rys. 12. Łączenie szeregowe rezystancji zespolonych



Rys. 11. Zamiana układu szeregowego na równoległy

Przykłady (rys. 12)

- $Z_1 = (10 + j30)$, $R_o = 100 \Omega$
 $Z'_1 = 0,1 + j0,3$
 Dołączając szeregowo rezystor 70Ω punkt Z'_1 przesuwa się do Z'_2
 $Z'_2 = 0,8 + j0,3$,
 czyli $Z_2 = (10 + 70)\Omega + j30 \Omega$
- $Z_3 = (45 + j45)$, $R_o = 100 \Omega$,
 $Z'_3 = 0,45 + j0,45$
 Dołączając szeregowo indukcyjność $j65 \Omega$ punkt Z'_3 przesuwa się do Z'_4
 $Z'_4 = 0,45 + j1,1$,
 czyli $Z_4 = (45 + j110) \Omega$
- Miejsce geometryczne $Z_{(in)}$ szeregowego układu rezonansowego
 $Z_s = R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C})$,
 $R_o = \frac{R}{2} \quad 0 \leq \omega < \infty$
- $Z_6 = 1 \text{ k}\Omega - j5 \text{ k}\Omega$, $R_o = 1 \text{ k}\Omega$,
 $Z'_6 = 1 - j5$
 Dołączając indukcyjność $j3 \text{ k}\Omega$
 $Z'_7 = 1 - j2$, czyli $Z_7 = 1 \text{ k}\Omega - j2 \text{ k}\Omega$
- $Z_8 = (30 - j40)\Omega$, $R_o = 100 \Omega$,
 $Z'_8 = 0,3 - j0,4$
 Dołączając szeregowo impedancję $(70 + j40)\Omega$ otrzymujemy
 $Z'_9 = 1 + j0 \quad Z_9 = 100 \Omega$

Łączenie równoległe dwóch impedancji (rys. 13, 14). Zadanie to realizujemy, zamieniając obie impedancje na odpowiadające im admitanccje. Po zsumowaniu obydwóch admitanccji dokonujemy zwrotnej inwersji uzyskując wynikową impedancję.

Obieramy: $R_o = 100 \Omega$,
 czyli $Z'_1 = 1,2 + j1,6$
 Po pierwszej inwersji odczytujemy admitanccję $Y'_1 = 0,3 - j0,4$. Admitancja R_2 ,
 czyli $Y'_2 = \frac{R_o}{R_2} = \frac{100}{80} = 1,25$.
 Wartość Y'_2 można uzyskać także za pomocą graficznej inwersji.
 Po zsumowaniu
 $Y' = Y'_1 + Y'_2 = 0,3 - j0,4 + 1,25 = 1,55 - j0,4$.

Po zwrotnej inwersji i odnormowaniu

$$Z' = 0,6 + j0,15, \text{ czyli}$$

$$Z = R_0 \cdot Z' = (60 + j15)\Omega.$$

Przykład (rys. 15,16)

Impedancje, które należy połączyć równolegle:

$$Z_1 = 2 + j1 \quad Y_1 = 0,4 - j0,2$$

$$Z_2 = 0,75 - j1 \quad Y_2 = 0,48 + j0,64$$

$$Y' = Y_1 + Y_2 = 0,88 + j0,44$$

$$Z' = 0,91 - j0,45, \quad Z = (36,4 + j18)\Omega,$$

Transformacja rezystancji za pomocą dwóch wielkości urojonych (rys. 17)

Za pomocą mostka w.cz. pomierzono antenę. Stwierdzono, że przy częstotliwości pomiarowej 145 MHz antena zachowuje się jak szeregowe połączenie rezystora 60Ω oraz kondensatora 7 pF . Należy, poprzez równoległe podłączenie indukcyjności, a następnie szeregowe połączenie pojemności dopasować tę antenę do 240Ω symetrycznej linii zasilającej.

Jako R_0 wybieramy 240Ω , a wynikające stąd G_0 jest równe $4,17\text{ mS}$.

$$Z_1 = R + \frac{1}{j\omega C} = (60 - j156)\Omega, \quad Z_1' = 0,25 - j0,65.$$

Ponieważ należy podłączyć równoległą indukcyjność, musimy Z_1' inwertować do Y_1' . Za pomocą jeszcze niewiadomej indukcyjności należy punkt Y_1' przesunąć po okręgu jednakowych przewodności rzeczywistych do punktu Y_2' . W wyniku zwrotnej inwersji Y_2' otrzymujemy Z_2' , który musi się znaleźć na okręgu przechodzącym przez punkt Z_1' i punkt „O” (okrąg kreskowy).

Punkt Z_2' mieści się już na docelowym okręgu rezystancji rzeczywistych „1”, wystarczy teraz szeregowo połączyć kondensator, aby Z_2' sprowadzić do środka wykresu kołowego Smitha.

Ustalenie wartości L_p i C_s

Aby przesunąć punkt Y_1' do punktu Y_2' , potrzebna była wartość $B_p' = -j1,8$:

$$B_p = G_0 \cdot B_p' = \frac{1}{j\omega L} = 7,5\text{ mS} = 133\Omega, \text{ czyli } L = 146\text{ nH}.$$

Aby przesunąć punkt Z_2' do „1” (środek wykresu kołowego) potrzebna jest ujemna reaktancja $X_s' = -j1$:

$$X_s = R_0 \cdot X_s' = \frac{1}{j\omega C}, \quad \text{skąd } C = 4,6\text{ pF}.$$

Przytoczony przykład dopasowania anteny do symetrycznej linii 240Ω (rys. 18) należy uważać jako jedno z wielu możliwych rozwiązań.

Za pomocą wykresu kołowego Smitha można również rozwiązywać zadania z dziedziny linii przesyłowych w.cz.

Jeżeli linia przesyłowa nie jest obciążona rezystancją równą jej rezystancji falowej, występują na niej obok fali bieżącej także fala odbita.

Zespolony współczynnik odbicia wynosi:

$$\hat{r} = |r| \cdot e^{j\varphi} = \frac{U_r}{U_h} \quad (11)$$

przy czym:

U_h — napięcie fali bieżącej,

U_r — napięcie fali odbitej.

Chcąc współczynnik r wyrazić wielkościami rezystancji obciążenia oraz rezystancji falowej

$$\hat{r} = \frac{R_a - Z_f}{R_a + Z_f} \quad (12)$$

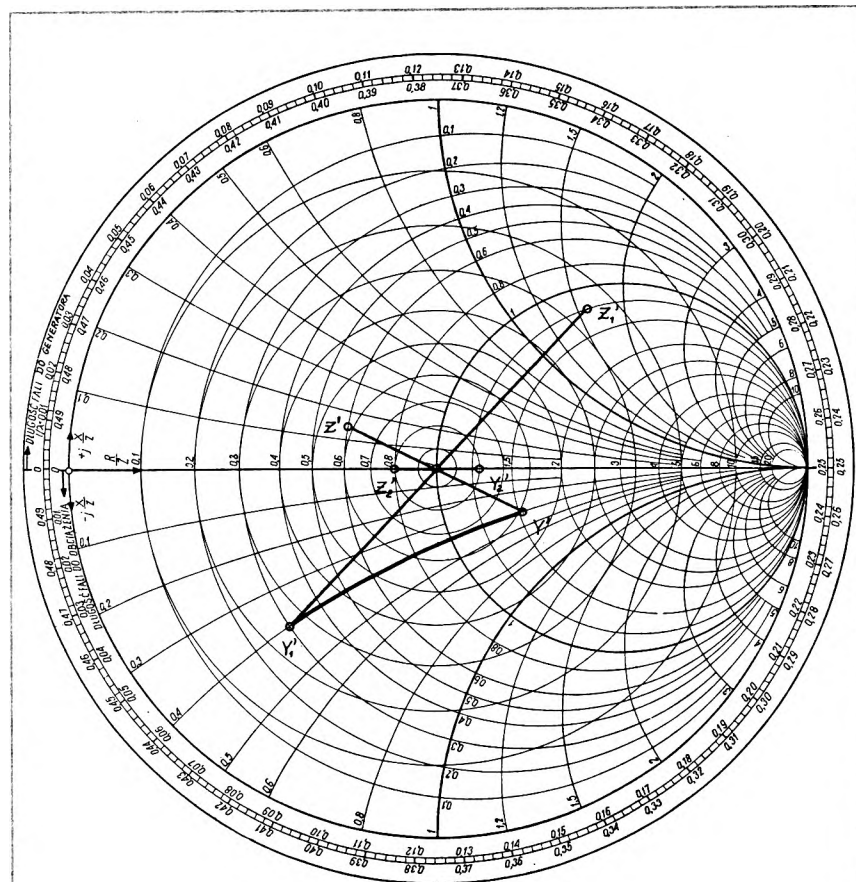
między współczynnikiem dopasowania m , współczynnikiem fali stojącej s oraz współczynnikiem odbicia r występują następujące zależności

$$m = \frac{1 - |r|}{1 + |r|} \quad (13)$$

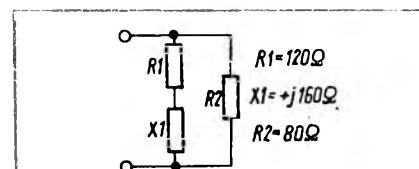
$$s = \frac{1}{m} = \frac{1 + |r|}{1 - |r|} \quad (14)$$

Na wykresie kołowym Smitha są naniezione współczynniki dopasowania m i fali stojącej s . Są nimi współosiowe okręgi wokół punktu środkowego M wykresu, przy czym skala osi rzeczywistej Re odpowiada w zakresie 0–1 współczynniki m , zaś w zakresie 1 do ∞ współczynniki s :

cd. na str. 20



Rys. 14. Łączenie równoległe impedancji i rezystancji



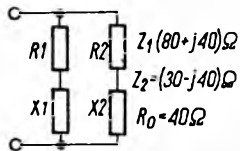
Rys. 13. Układ równoległe połączonych impedancji i rezystancji

$$m = \begin{cases} \frac{R_a}{Z} & \text{dla } R_a < Z \\ \frac{Z}{R_a} & \text{dla } R_a > Z \end{cases}$$

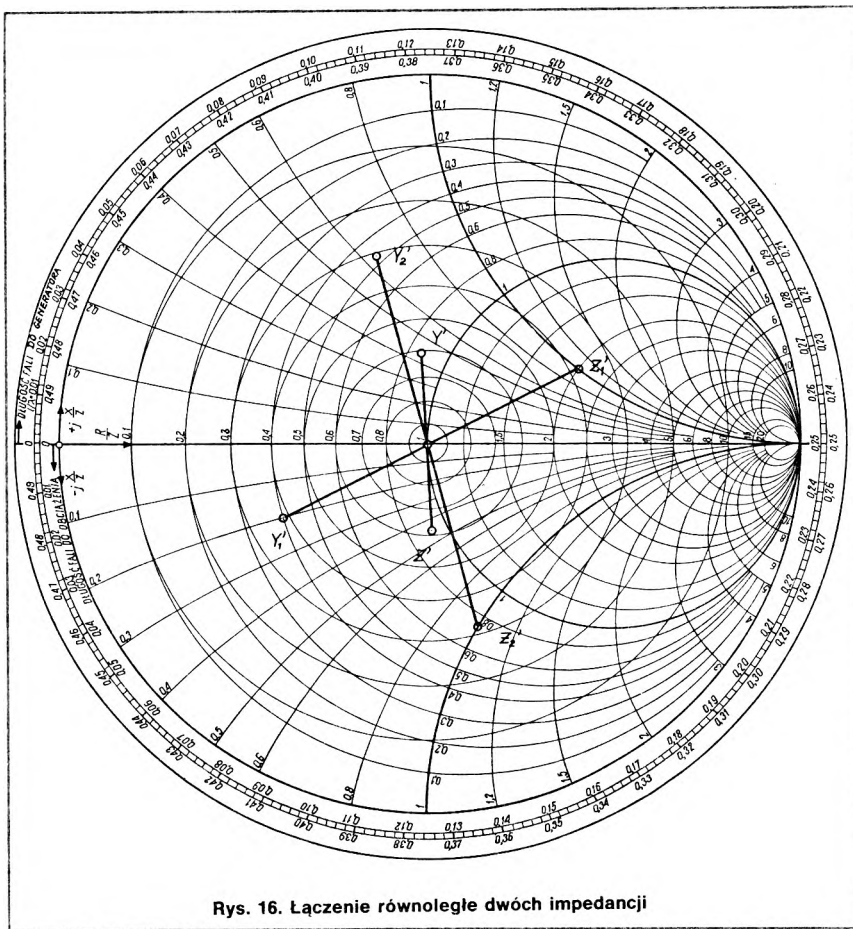
$$S = \begin{cases} \frac{R_a}{Z} & \text{dla } R_a > Z \\ \frac{Z}{R_a} & \text{dla } R_a < Z \end{cases}$$

Rezystancja wejścia bezstratnej linii przesyłowej, obciążonej rezystancją R_a (rys. 19), wynosi:

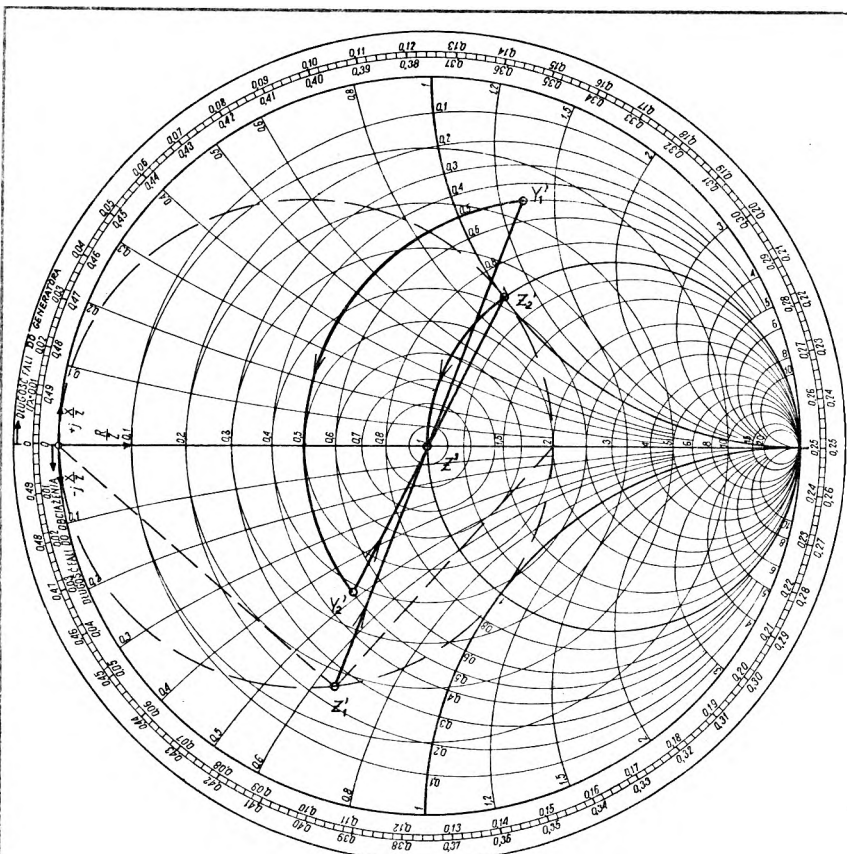
$$R_e = \hat{R}_a \frac{1 + j \frac{Z}{R_a} \operatorname{tg} 2\pi \frac{l}{\lambda}}{1 + j \frac{R_a}{Z} \operatorname{tg} 2\pi \frac{l}{\lambda}}$$



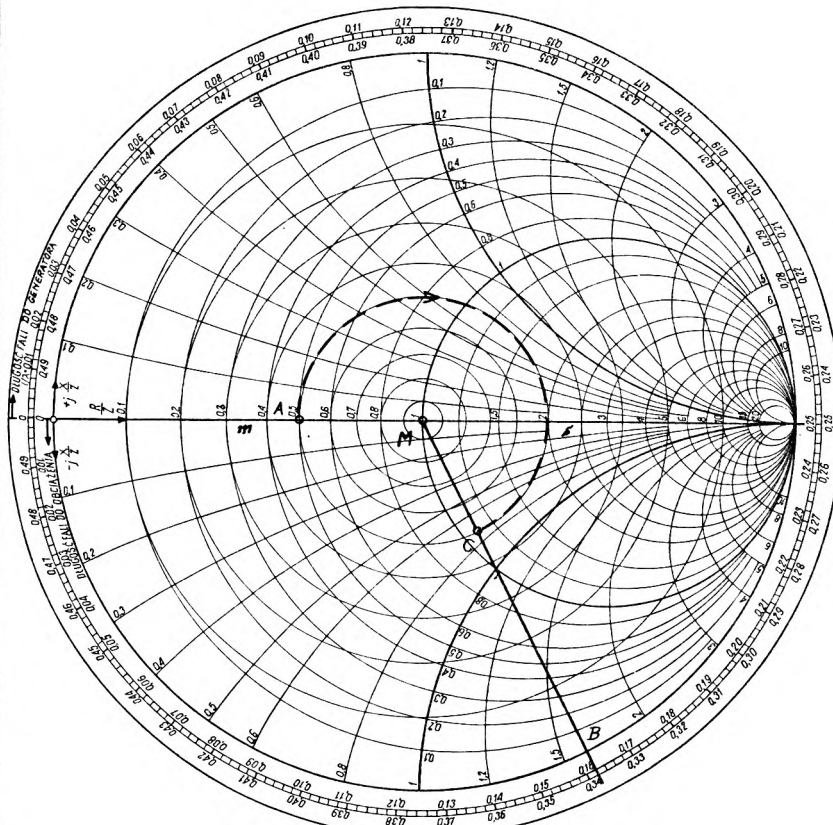
Rys. 15. Układ równolegle połączonych dwóch impedancji



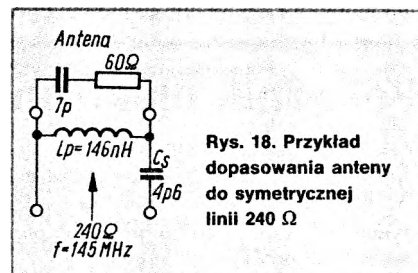
Rys. 16. Łączenie równoległe dwóch impedancji



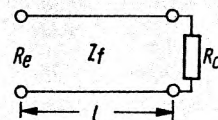
Rys. 17. Transformacja za pomocą dwóch reaktancji



Rys. 20. Impedancja wejściowa linii przesyłowej obciążonej rezystancją



Rys. 18. Przykład dopasowania anteny do symetrycznej linii 240 Ω



**Rys. 19. Wejście bezstratnej linii prze-
syłowej obciążonej rezystancją R_a**

Na obwodzie wykresu kołowego Smitha
jest naniesiona skala stosunku $\frac{1}{\lambda}$.

Ułatwia ona w zasadniczy sposób rozwiązywanie zadań z dziedziny linii przesyłowych.

Przykład 1 (rys. 20)

Linia przesyłowa o rezystancji falowej $Z_f = 50 \Omega$, jest obciążona na swym końcu rezystancją $R_a = 25 \Omega$. Długość linii wynosi 0,7 metra. Długość fali wynosi 2,07 m = 145 MHz. Jaką rezystancję lub impedancję ta linia obciąża generator (nadajnik)

$$R_o = Z_r = 50 \, \Omega$$

Na wykresie nanosimy punkt

$$A = \frac{Ra}{Z_f} = 0,5.$$

Aby dojść do punktu B, musimy na skali $\frac{1}{\lambda}$

przebyć drogę $\frac{l}{\lambda} = \frac{0,7}{2,07} = 0,338$ i to w

kierunku od obciążenia — do generatora.
Z punktu B prowadzimy prostą do punktu M (środek układu wykresu kołowego). Punkt przecięcia tej prostej z okręgiem dopasowania $m = 0,5$ daje nam pożą-
dany wynik, tj. punkt C:

$$\frac{Re}{Z_f} = 1,09 - j0,73$$

$$R_e = R_o \cdot 1,09 - j0,73 = (54,5 - j36,5) \Omega$$

